中国音乐(季刊)2008年第2期
CHINESE MUSIC

○ 赵玉卿

对"《淮南子》律数"的思考

内容提要:《淮南子》首先提出了"置一而十一三之为积分"的首律黄钟大数和十二律的律数,受到历代学者的关注。关于其"律制"问题一直是一个"谜",学者们为此也产生了不同的看法。本文通过论证,认为《淮南子》不属于五度相生律、纯律和十二平均律这三种律制,但属于"三分损益律"的范畴,《淮南子》的律数是采用了不严格的四舍五入的方法而得。

关键词:《淮南子》;律数;三分损益律;纯律;十二平均律

中图分类号:J613.4　**文献标识码**:A　**文章编号**:1002-9923(2008)02-0051-04

陈应时先生于1984年撰文《"〈淮南子〉律数"之谜》[1],提出"《淮南子》律数有五律同三分损益律,但其余七律又不同于三分损益律,……形成了'《淮南子》律数'之谜。"认为"《淮南子》律数既不全是三分损益律,又不全是纯律,当然也不会是十二平均律"。对于《淮南子》的律数之谜,大致还有以下几种观点:1.明代的朱载堉认为《淮南子》的律数不是三分损益法而是"749约律"的定律法[2]。美国学者瓦·考夫曼(Walter Kaufmann)也注意到了《淮南子》律数,据他考察,如果把《淮南子》律数自黄钟至姑洗五律各乘500,自蕤宾至应钟七律各乘1000,然后将十二律所得之积各除749,就得各律商数和余数相同的结果[3]。2.吴南薰认为《淮南子》律数暗示着纯律[4]。3.郑荣达先生认为淮南子"最早发现三分损益十二律之整数约律是非线性数列,以及数列排列组合的不合理性。为此作了较朴实的调整,向探求线性数列方面迈出了第一步"。[5]李申认为《淮南子》和《史记》中的律数都为约数,《淮南子》的律数主要与上一律有关,一律取整数,《史记》中的律数均与81有关,并且带有尾数[6]。4.王红认为:"淮南律数是运用三分损益的方法产生,但由于采用整数约律,与三分损益律、纯律以及十二平均律都存在部分的相似与相异,因而难于确定律制的归属"、"淮南律数的实质是以古琴实践为基础,并反映出与先秦钟律的某种内在联系"[7]。那么,到底《淮南子》的律数隐藏着什么秘密?带着这个疑问,引起笔者对《淮南子》生律法的思考。

一、《淮南子》的生律法及律数

《淮南子·天文训》载:"十二各以三成,故置一而十一三之为积分十七万七千一百四十七,黄钟大数立焉。"在古代的乐律学史上,《淮南子》提出起始律黄钟"大数"为177147,如用这种方法生律,所生十二律各律都为整数。这说明《淮南子》认识到了如采用《管子·地员篇》黄钟八十一,则生到第六律时则会出现"除不尽"的小数,这个方法对后世影响很大。尽管《淮南子》提出了用"置一而十一三之为积分"的黄钟大数,但在后面的论述中却又出现了黄钟八十一为起始律的十二律生律方法。《淮南子》载:"黄钟为宫,宫者,音之君也。故黄钟位子,其数八十一,主十一月。下生林钟。林钟之数五十四,主六月,上生太簇。太簇之数七十二,主正月,下生南吕。南吕之数四十八,主八月,上生姑洗。姑洗之数六十四,主三月,下生应钟。应钟之数四十二,主十月,上生蕤宾。蕤宾之数

收稿日期:2008-01-12

作者简介:赵玉卿(1966-　),男,浙江传媒学院音乐学院副教授,上海音乐学院2006级博士研究生(导师:陈应时)。

五十七，主五月，上生大吕。大吕之数七十六，主十二月，下生夷则。夷则之数五十一，主七月。上生夹钟。夹钟之数六十八，主二月，下生无射。无射之数四十五，主九月，上生仲吕。仲吕之数六十，主四月，极不生。”现将《淮南子》的这段论述用表格表示如下：

律名	黄钟	大吕	太簇	夹钟	姑洗	仲吕	蕤宾	林钟	夷则	南吕	无射	应钟
律数	81	76	72	68	64	60	57	54	51	48	45	42
月份	十一月	十二月	一月	二月	三月	四月	五月	六月	七月	八月	九月	十月
地支	子	丑	寅	卯	辰	巳	午	未	申	酉	戌	亥

《淮南子》又载：“下生者，倍以三除之；上生者，四以三除之。”从上述对生律法的具体记载，可看出《淮南子》是采用“三分损益法”运用“先损后益”的方法生律的。如按“三分损益法”的“先损后益”的方法生律，在起始律黄钟为八十一前提下，所生十二律律数应该分别为（下列律数保留四位小数）：

十二律	三分损益律律数	《淮南子》律数
黄钟	81	81
大吕	75.8519	76
太簇	72	72
夹钟	67.4239	68
姑洗	64	64
仲吕	59.9323	60
蕤宾	56.8889	57
林钟	54	54
夷则	50.5679	51
南吕	48	48
无射	44.9492	45
应钟	42.6667	42

上述按三分损益法所生律数，按照“先损后益”的生律顺序，其前五律黄钟、林钟、太簇、南吕、姑洗的律数为整数，后七律应钟、蕤宾、大吕、夷则、夹钟、无射、仲吕为除不尽的小数。从《淮南子》的律数来看，前五律整数律与三分损益律相同，而后七律却有问题，为了达到所生律数为整数的目的，不严格地采用了“四舍五入”的方法。即将大吕、仲吕、蕤宾、夷则、无射五律采用了“四舍五入”的方法保留整数，而夹钟律的小数点后不足“五”却“进位”，应钟律小数后超过“五”却“舍去”了，这就导致了后七律与三分损益律出现误差，特别是夹钟、应钟两律误差偏大。

二、与《后汉书》的律数比较

在《淮南子》之后，《后汉书》中京房的“六十律”采用了《淮南子》所提出的以黄钟起始律为177147生律。《后汉书·律历志》载：“黄钟，律吕之首，而生十一律者也。其相生也，皆三分而损益之。是故十二律之得十七万七千一百四十七，是为黄钟之实。又以二乘而三约之，是为下生林钟之实。又以四乘而三约之，是为上生太簇之实。推此上下，以定六十律之实。以九三之，得万九千六百八十三为法。于律为寸，于准为尺。不盈者十之，所得为分。又不盈十之，所得为小分。以其余正其强弱。”《后汉书》采用了黄钟起始律为177147的律数生律，其所生“六十律”的前十二律律数都为整数。其前十二律的律数列表如下：

十二律	律数
黄钟	177147
大吕	165888
太簇	157464
夹钟	147456
姑洗	139968
仲吕	131072
蕤宾	124416
林钟	118098
夷则	110592
南吕	104976
无射	98304
应钟	93312

《后汉书》的起始律黄钟177147为《淮南子》的黄钟81的2187倍。为将两者比较上的直观，将《后汉书》十二律的数据分别除以2187，得出以下数据（保留小数点后四位数）：

十二律	《后汉书》律数	缩小2187倍	三分损益律律数	《淮南子》律数
黄钟	177147	81	81	81
大吕	165888	75.8519	75.8519	76
太簇	157464	72	72	72
夹钟	147456	67.4239	67.4239	68
姑洗	139968	64	64	64
仲吕	131072	59.9323	59.9323	60
蕤宾	124416	56.8889	56.8889	57
林钟	118098	54	54	54
夷则	110592	50.5679	50.5679	51
南吕	104976	48	48	48
无射	98304	44.9492	44.9492	45
应钟	93312	42.6667	42.6667	42

从表中可以看出，《后汉书》的律数缩小2187倍后，与三分损益律黄钟、太簇、姑洗、林钟、南吕等五律的律数完全相同，与《淮南子》仍然为七个非整数律的不同。《后汉书》与《淮南子》的生律方法皆采用了《管子》所开创的“三分损益”生律法，只是将《管子》的“先益后损”变为了“先损后益”。《管子》、《后汉书》所采用的律制为“三分损益律”，从《淮南子》记载本身来看，它所采用的律制应该也是“三分损益律”。《淮南子》的律数因为保留整数的缘故，故与三分损益律律数产生了误

差。但从《淮南子》提出177147的黄钟大数来看，说明了它已经意识到了所生律数的整数与分数的差别，从这一点可以推测《淮南子》在计算十二律时应该是有精确的小数的。

三、与朱载堉《律学新说》的比较

朱载堉对《淮南子》的生律法高度评价，他说：“夫三分损益者，以七五为法也。七五者何？四分尺之三也。实弱法强，往而不返，是以疏也。约率所谓七百四十九，即密率所谓七亿四千九百万有奇也。有奇是以密，无奇是以疏，此自然之理耳。虽然，古人算律，淮南子此法不用三分损益，简易精妙，超胜诸法。”[8]在《律学新说》中摘录了《淮南子》生律法的史料，并提出了新的计算方法，将《淮南子》的“应钟之数四十二”改为了“应钟之数四十三”。《律学新说》载：“黄钟位子，其数八十一，主十一月，下生林钟。旧法置八十一分为实，下生者以五百乘之，得四万零五百分，以七百四十九为法除之，得五十四分，为林钟。余数在半分以下，弃之不用。”朱氏的算法是下生时律长乘以500，再除以749，得下一律，律数采用四舍五入的方法。上生时则律长乘以1000，再除以749。朱载堉的这种将生上方五度律的比值增大为、生下方四度律的比值增大为的方法，来源于五代时期的王朴(906—959)，王朴在生南吕和姑洗两律时就采用了此法[9]。现将朱载堉的新法、旧法与《淮南子》律数对照如下：

律名	黄钟	大吕	太簇	夹钟	姑洗	仲吕	蕤宾	林钟	夷则	南吕	无射	应钟
新法密率（寸）	8.1	7.645	7.216	6.811	6.428	6.068	5.727	5.406	5.102	4.816	4.545	4.290
旧法约率	81	76	72	68	64	60	57	54	51	48	45	43
淮南子律数	81	76	72	68	64	60	57	54	51	48	45	42

朱载堉的“旧法约率”得出以上律数，与《淮南子》相比，只有应钟律不同，按照朱载堉的方法，姑洗下生应钟，姑洗64，应钟律数应为$64\times\frac{500}{749}=42.7236$，所以，他将应钟律数四舍五入改为43。朱载堉的这种“分母数”的缩小，会扩大所生各律的律长，减小音分数，在十二律内部进行微小的调整，要比《淮南子》更精确一些。

四、《淮南子》与三分损益律、纯律、十二平均律的音分值比较

《淮南子》采用了什么样的律制生律？它与三分损益律、纯律和十二平均律有什么联系？通过十二律各律音分值的比较，会有个直观的认识。

《淮南子》与三分损益律的音分比较表

律名	黄钟	大吕	太簇	夹钟	姑洗	仲吕	蕤宾	林钟	夷则	南吕	无射	应钟
三分损益律	0	114	204	314	408	522	612	702	816	906	1020	1110
《淮南子》	0	110	204	303	408	520	608	702	801	906	1018	1137
音分差	0	4	0	11	0	2	4	0	15	0	2	-27

分析：相同律有黄钟、太簇、姑洗、林钟、南吕五律；相差10音分以内的律有大吕、仲吕、蕤宾、无射三律；相差20音分以内的有夹钟、夷则二律；相差30音分以内的只有应钟一律。

《淮南子》与纯律的音分比较表

律名	宫		商		角		变徵	徵		羽		变宫
纯律	0		204		386		590	702		884		1088
《淮南子》	0		204		408		608	702		906		1137
音分差	0		0		-22		-18	0		-22		-49

分析：上表纯律大音阶与《淮南子》七声音阶相比，只有宫、商、徵三律音分相同；变徵相差18音分，角和羽都相差22音分，变宫相差最大，有49音分。

《淮南子》与十二平均律的音分比较表：

律名	黄钟	大吕	太簇	夹钟	姑洗	仲吕	蕤宾	林钟	夷则	南吕	无射	应钟
十二平均律	0	100	200	300	400	500	600	700	800	900	1000	1100
《淮南子》	0	110	204	303	408	520	608	702	801	906	1018	1137
音分差	0	-10	-4	-3	-8	-20	-8	-2	-1	-6	-18	-37

分析：除黄钟律外没有相同音分的律，相差10音分以内的律有太簇、夹钟、姑洗、蕤宾、林钟、夷则、南吕七律；相差20音分以内的律有大吕、无射二律；相差30音分以内的律有仲吕、应钟二律。

通过《淮南子》与上述三种律制的相同音分律数量的多寡以及音分差的高低，可以看出，《淮南子》不属于上述三种律制，与“三分损益律”和“纯律”有一定的相似性，但与“三分损益律”的联系更密切一些。

五、结语

《淮南子》用“三分损益法”生律，运用了“三分损益律”的前五个整数律，而后七个律则是在以“三分损益律”的生律法所得律数的基础上，进行了对小数的取舍，所以，《淮南子》的律制与“三分损益律”有更密切的关联，从这一点来说，《淮南子》应该属于“三分损益律”的范畴。关于《淮南子》的律制问题，除留给我们这些律数外，我们所知道的就是他是运用“下生者，倍以三除之；上生者，四以三除之”的三分损益法生律的，除此之外没留下其他史料以对其生律法进行理论支持。

所以在“《淮南子》律数”的这个“谜”中，笔者认为至少还存有以下三个“谜”：其一，既然《淮南子》先提出黄钟大数为177147，在后面的生律中却为何不用而仍用黄钟81呢？是因为当时计算的局限性吗？其二，在用三分损益法所生的后七律中，既然大吕、仲吕、蕤宾、夷则、无射五律采用了“四舍五入”的方法进位，夹钟和应钟两律却为何没有采用？是对某一种律制的追求吗？其三，从《淮南子》的十二个律数来看，相邻律间确实存在着5、4、4、4、4、3、3、3、3、3、3的律数“递减数列”；或是黄钟+应钟、大吕+无射、太簇+南吕、夹钟+夷

则、姑洗+林钟、仲吕+蕤宾这六组“排头排尾”逐渐向中间靠拢，每两律的律数相加所得的数列为123、121、120、119、118、117等。像出现的这些数列是巧合吗?是《淮南子》有意识去计算安排的吗?

如果《淮南子》是在一种“律制理论”的支配下有意识“修改”了“三分损益律”的夹钟和应钟两律，如果《淮南子》的“大脑”中有我们今人想象的如此“复杂、玄妙”的理论，即使不成熟，他也应该像京房一样给予理论的描述，至少有一个说明，否则，就不会留下让我们这些后人们绞尽脑汁地破解他这个“难解之谜”了!

尽管如此，《淮南子》在古代乐律学的发展历史中还是有贡献的。在《淮南子》之前，《管子》最早提出“三分损益律”，但只产生了五个音，《吕氏春秋》在《管子》的基础上，运用“三分损益法”产生了十二个律，但只记载了十二律的产生方法却没有记载具体的律数，《淮南子》在其前代乐律理论的基础上又向前迈进了一步，不但记载了十二律的产生方法，还记载了十二律的律数值，尽管不太确切只保留了整数，但它的历史价值是应该肯定的。

参考文献:

[1]陈应时.“《淮南子》律数”之谜[J].乐府新声，1984，(3):31-33.

[2]朱载堉.律学新说(卷二)[M].冯文慈(点注).人民音乐出版社，1986.131-136.

[3]陈应时.“《淮南子》律数”之谜[J].乐府新声，1984,(3):33.

[4]吴南薰.律学会通[M].科学出版社，1964.470.

[5]郑荣达.淮南律辨——评《淮南子》在历史中的作用[J].黄钟，1987，(1):29-35.

[6]王红.论《淮南子》的律数[J].中国音乐学.2004,(4).

[7]王红.论《淮南子》的律数[J].中国音乐学,2004,(4):65-75.

[8]朱载堉.律学新说(卷二)[M].冯文慈(点注).人民音乐出版社，1986.135-136.

[9]陈应时.律学四题[J].中国音乐，1992,(2):29-31.

(上接第45页)

明江山。但就其艺术修养来看就乏善可陈了。以他出身的寒微，终其一生致力于逐鹿中原、争权夺利，还看不到他有任何艺术修为的证据。他不能不以外行的身份来改革道乐。事实上，他在改革道乐时确实是唯意志论，既乏尊重的感情，亦难识别音乐的高低文野。音乐不过是实现他政治意图的工具，具体如何操作，则是他不想管也无力做的事了。这样，在一批唯上是瞻的官僚手中，最后弄得不伦不类，也就并不奇怪了。

当然，问题还不仅仅在于懂行与否，作为统治者来说，关键还在于对传统文化的特别门类持以尊重态度，充分理解其特殊规律和历史地位。如果不问青红皂白以唯政治论的观念去瞎指挥，必然适得其反，闹出笑话。这方面宋徽宗应该是做得较好的范例。而明皇帝则是一个反面教员。用之时则不吝封以高官厚禄，好话说尽，一旦有拂旨意，则毫不留情地一贬再贬，甚至判刑。至于音乐本身的价值和自身规律，更不在他们考虑范围。

尽管明代皇家在崇奉道教方面做足了表面文章，在京城和名山大观设立神乐观，以道士充任乐舞生，执行国之大祭，将军事与祭祀列为国家大事，“国之大事，在祀与戎”;又将道教领袖纳入官僚体系，封以高官厚禄。但正因上述思想的影响，他们才会在染指道教仪式音乐时露了洋相，给后人留下笑柄。这也注定了《玄教乐章》的工尺谱曲调在艺术上毫无价值可言，它的运用恐怕只是在宫廷这个狭小范围内和短暂的时间跨度内，在道观和民间却并不流行，影响甚微，在明代前后的正统道乐传统中，甚至在后来正一民间道的科仪音乐中都根本不见这些曲目。可见即使在帝王尚威风凛凛的明代，要想以外行身份加入道乐创作而又不尊重道乐自身规律，其结果只能是昙花一现，为占主流地位的道乐传统无情地抛弃。

注 释:

① 这三日节目均有若干重复性节目，本文作了删节。

② 疑为“请官”之误，即邀请天界各位神官神灵下凡襄助斋仪之意。

③ 以上咒为五言或四言诗，多用念唱法。

参考文献:

[1] 大明玄教立成斋醮仪范[A].道藏(9册)[C].1-12.

[2] 大明御制玄教乐章[A].道藏(第19册)[C].858-861.